

(Romb 1)
(Romb 2)
= Ann. réelle.

127: Exemples de nombres remarquables
Annuaire de nb remarquables.

I) Nombres remarquables.

1) Nombres (in)-rationnels, nombres décimaux.

- corps des fractions [Romb] ($d \neq 0 \in \mathbb{Z}$ or \mathbb{Q}).
- nombres rationnels et irrationnels [Maire], \emptyset .
- \mathbb{Q} dense dans \mathbb{R} ($\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ aussi) [Romb 2 p. 100].
- grp additifs de \mathbb{R} [Romb 2 p. 115].
- nb décimaux, densité dans \mathbb{R} . [Romb 2 p. 98].
- ex $\sqrt{2} > 1, 1$.

2) Nombres algébriques, transcendants - [Ser] [Calais]

- définitions [Calais].
- ~~extensions algébriques~~ exemples triviaux $i, \sqrt{2}$ [\emptyset].
- autres exemples: π et e .
- caractérisation α alg on $K(\alpha) = K[\alpha]$. [Calais].

3) Cas particulier de e et π . [ARN: 1]

- fonction exp $\sum \frac{x^n}{n!}$ - $e = e^1$.
- $2\pi\mathbb{Z} = \ker \gamma$ on $\gamma(x) = e^{ix}$.
- $e^{i\pi} + 1 = 0$. - formule de De Moivre.

II/ Annuaire de nombres remarquables,

1) Annuaire $\mathbb{Z}(\sqrt{a})$ [Ulmer] page 67.



- image de $\mathbb{Z}[x] \rightarrow \mathbb{C}$
 $x \mapsto \sqrt{d}$

- norme

- $\mathbb{Z} \mapsto \mathbb{Z}$, lien avec $\mathbb{Q}[\sqrt{d}]$.

- inversibles.

(FGN)

2) Cas particuliers: $\mathbb{Z}[i]$ et anneau principal non euclidien.

- $\mathbb{Z}[i] = \mathbb{Z}[\sqrt{-1}]$. - étude de $\mathbb{Z}[i]$

des 1: (FGN Alg 1).

- exemple de $\mathbb{Z}\left[\frac{1+i\sqrt{5}}{2}\right]$ [les].

III Nombres algébriques et transcendants - [Calais]

1) Généralités.

- def alg/tra

- extensions simples.

- alg si $k[\alpha] = k[\alpha]$.

- est algébrique.

2) Racines primitives de l'unité - [Calais]

- def.

- pol. cyclotomique.

- est cyclotomique.

- intersection de 2 corps cycl.

des 2
(Contig).

